


نام درس: گسسته
 نام دبیر: سمر افتخاری
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۲۰
 ساعت امتحان: ۸ صبح
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

سازمان سنجش
 اداره کل آموزش پرورش شهرستان
 اداره کل آموزش پرورش شهرستان خرمین

 دبیرستان غیردولتی دخترانه خرمین
 آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۵

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: چهارم (ریاضی)
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

ردیف	سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	با مجموعه $v = \{a, b, c, d\}$ الف) چند گراف ساده می توان ساخت ؟ ب) چند گراف ساده می توان ساخت که یال ab را حتماً داشته باشند پ) چند گراف ساده می توان ساخت که همگی دارای ۴ یال باشد ؟ ت) چند گراف ساده می توان ساخت که همگی دارای ۴ یال بوده و یال ab را داشته باشند ؟	۲
۲	درجه رأس های گراف G فقط ۳ و ۵ هستند. اگر مرتبه G برابر ۸ و اندازه آن ۱۵ باشد آنگاه تعداد رأس های درجه ۳ در آن گراف کدام است؟	۱
۳	رقم یکان $2^{101} + 3^{101} + 4^{101} + 5^{101}$ را پیدا کنید.	۱
۴	همه درخت های مرتبه ۶ را رسم کنید.	۲
۵	اداره پستی فقط تمبرهای ۱۴۰ و ۲۱۰ ریالی برای فروش دارد به چند طریق می توان با ترکیبی از این دو تمبر بسته ای را به اندازه ۳۵۰۰ ریال تمبر گذاری کرد.	۱
۶	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 27$ چند جواب صحیح با شرط $x_4 > 4$ دارد؟	۲
۷	با ارقام ۵ و ۳ و ۲ و ۱ چند عدد ۴ رقمی ساخته می شود که شامل ۱ و ۲ باشد؟	۲
۸	چند رابطه روی مجموعه $A = \{a, b, c\}$ وجود دارد که الف) بازتابی و متقارن باشد. ب) بازتابی باشد و متقارن نباشد.	۲
۹	چند تابع از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی تعریف می شود که پوشا باشد.	۲
۱۰	ناسی را به هوا پرتاب می کنیم. اگر عدد ظاهر شده زوج باشد، احتمال آن که عدد ظاهر شده اول نیز باشد کدام است ؟	۱
۱۱	دو کیسه داریم در کیسه ی اول ۵ مهره ی سفید و ۷ مهره ی سیاه. در کیسه دوم ۳ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه وجود دارد. یکی از کیسه ها را به تصادف انتخاب کرده و مهره ای از آن بیرون می کشیم. احتمال آن که این مهره سیاه باشد کدام است ؟	۲
۱۲	دو کیسه داریم که در کیسه ی اول ۵ مهره ی سفید و ۷ مهره ی سیاه است و در کیسه ی دوم ۳ مهره ی سفید و ۴ مهره ی سیاه است. یکی از این کیسه ها را انتخاب کرده و مهره ای از آن بیرون می کشیم. اگر مهره ی انتخاب شده سفید باشد، احتمال این که این مهره متعلق به کیسه ی دوم باشد چه قدر است ؟	۲



نام درس: گسسته
 نام دبیر: سمر افتخاری
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۲۰
 ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهرستان
 اداره کل آموزش و پرورش شهرستان منطقه تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش (واحد فاطمین)
 کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۵

ردیف	راهنمای تصحیح	صفحه:	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	(الف) (ب) (پ) (ت)	$\binom{4}{2} = 6 \rightarrow \{ab, ac, ad, bc, bd, cd\} \rightarrow 2^2 = 64$ ۰/۵ $2^5 = 32$ ۰/۵ $\binom{6}{4} = 15$ ۰/۵ $\binom{5}{3} = 10$ ۰/۵	
۲		$\begin{cases} 3x + 5y = 30 \\ x + y = 8 \end{cases} \rightarrow x = 5$ ۰/۵ ۰/۵	
۳		$2^{101} \equiv 2^{110} \equiv 2$ $3^{110} \equiv 3$ $4^{110} \equiv 4$ $5^{110} \equiv 5$ $101 \equiv 41$ ۰/۵ $2^1 + 3^1 + 4^1 + 5^{110} \equiv 14^{10} \equiv 4$ ۰/۵	
۴			
۵		$210x + 140y = 350$ $3x + 2y = 50 \rightarrow 3x \equiv 50 \rightarrow x^2 \equiv 0 \rightarrow x = 2k$ 0/25 $6k + 2y = 50 \rightarrow y = 25 - 3k$ ۰/۲۵ $x > 0 \rightarrow 2k > 0 \rightarrow k > 0 \rightarrow k \geq 1$ $y > 0 \rightarrow 25 - 3k > 0 \rightarrow k < \frac{25}{3} \rightarrow k \leq 8 \rightarrow 1 \leq k \leq 8$ ۰/۵	
۶		$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 27$ $x_4 > 4 \rightarrow x_4 \geq 5 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 22 \rightarrow \binom{22 + 4 - 1}{4 - 1} = \binom{25}{3}$	
۷		اعداد چهار رقمی که (۲ را دارند). $= 625 - (256 + 256 - 81) = 194$	

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ - & 1 & 2 \\ - & - & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 2^3 = 8$$

(ب)

۸

$$|A \cap B'| = |A \cap B| = |A| - |A \cap B| =$$

$$2^6 - 2^3 = 56$$

$$3^5 - (1^{\text{خالی}} + 2^{\text{خالی}} + 3^{\text{خالی}} - 1, 2^{\text{خالی}} - 1, 3^{\text{خالی}} - 2, 3^{\text{خالی}} + 1, 2, 3^{\text{خالی}})$$

$$= 243 - (2^4 + 2^4 + 2^4 - 1^4 - 1^4 - 1^4 + 0) = 150$$

۱

۹

$$B = \{2, 4, 6\} \rightarrow p(A|B) = \frac{1}{3}$$

۰/۵

۰/۵

۱۰

۵ سفید	۳ سفید
۷ سیاه	۶ سیاه

۰/۷۵

۰/۷۵

۰/۵

$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{9} = \frac{7}{24} + \frac{6}{18} = \frac{21}{72} + \frac{24}{72} = \frac{45}{72}$$

۱۱

۵ سفید	۳ سفید
۷ سیاه	۴ سیاه

۱

۰/۵

$$\frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{7}}{\frac{1}{2} \times \frac{5}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7}} = \frac{36}{71} = P(A_2 | \text{سفید}) = \frac{P(A_2) \times P(\text{سفید} | A_2)}{P(\text{سفید})}$$

۰/۵

۱۲

<p>نام خانوادگی:</p> <p>نام: _____</p> <p>کلاس: چهارم</p> <p>رشته: ریاضی</p> <p>شماره صندلی: _____</p>	<p>اداره‌ی کل آموزش و پرورش شهر تهران (منطقه‌ی ۱۲)</p> <p>دبیرستان و پیش‌دانشگاهی غیر دولتی</p> <p>امتحانات نوبت دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۵</p>	<p>نام درس: ریاضیات گسسته</p> <p>نام دبیر: آقای احمدنژاد رودسری</p> <p>تاریخ امتحان: ۹۶/۰۳/۲۰</p> <p>ساعت امتحان: ۹ صبح</p> <p>مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه</p>
--	---	--

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر گرافی ۱۰ رأسی دارای ۴ رأس درجه ۳ و ۵ رأس درجه ۲ و یک رأس منفرد باشد، تعداد یال‌های گراف چند تا است؟	۱
۲	در گراف کامل با ۸ رأس؛ الف) چند دور به طول ۴ وجود دارد؟ ب) چند دور به طول ۵ وجود دارد که از رأس a عبور کند؟	۱
۳	روی منحنی $yx + 3y - 2x - 1 = 0$ چند نقطه با مختصات صحیح موجود است.	۱
۴	اگر کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{ma + nb m, n \in \mathbb{Z}\}$ برابر ۸ باشد و $a + b = 104$ باشد، بزرگترین مقدار برای k م.م.آ آنها کدام است؟	۱/۵
۵	اگر $a + 7^{200}$ مضرب ۱۹ باشد، کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟	۱/۵
۶	تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 11$ با شرط $x_1 > 4$ و $x_3 \leq 4$ را بیابید.	۲
۷	در گراف جهت‌دار زیر رابطه R روی مجموعه $\{a, b, c, d\}$ تعریف شده است، ماتریس $M(ROR)$ چند درایه یک دارد؟	۲
۸	بر روی مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ چند رابطه می‌توان نوشت، به طوری که: الف) بازتابی باشد، پادتقارنی نباشد. ب) فقط بازتابی باشد.	۲
۹	احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است. با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می‌آید، سالم است.	۲
۱۰	دو کیسه داریم که در کیسه اول ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه و در کیسه دوم ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. یکی از کیسه‌ها را به تصادف انتخاب کرده و مهره‌ای خارج می‌کنیم، اگر مهره سفید باشد احتمال اینکه از کیسه دوم باشد چقدر است؟	۲
۱۱	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S به طوری که $P(A) = 0.2$ ، $P(B) = 0.22$ و $P(B A) = 0.7$ باشد، حاصل $P(B' A')$ چند است؟	۲
۱۲	توزیع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر تعریف شده است، مقدار $P(3 \leq X \leq 5)$ را به دست آورید.	۲
	$P(x = i) = \begin{cases} \frac{i}{i^2 + 3} & i = 1, 2, 3 \\ (i - 3)a & i = 4, 5, 6 \end{cases}$	
۲۰	موفق باشید. جمع نمره	

-۱

$$\sum \text{deg}(v_i) = 4 \times 3 + 5 \times 2 + 1 \times 0 = 22 = 2q \Rightarrow q = 11$$

(الف) -۲

$$\binom{8}{4} \frac{(4-1)!}{2} = 70 \times 3 = 210$$

(ب)

$$\binom{7}{4} \frac{(5-1)!}{2} = 35 \times 12 = 420$$

-۳

$$yx + 3y - 2x - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{x+3} \Rightarrow x+3 \mid 2x+1 \Rightarrow x+3 = 0 \rightarrow x = -3$$

$$\Rightarrow 2(-3) + 1 = -5 \Rightarrow \begin{cases} \pm 1 \\ \pm 5 \end{cases} \Rightarrow \text{چهار جواب}$$

-۴

$$(a, b) = 8 \rightarrow d = 8 \Rightarrow a + b = 104 \rightarrow a'd + b'd = 104 \rightarrow d(a' + b') = 104 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8(a' + b') = 104 \rightarrow a' + b' = \frac{104}{8} \Rightarrow a' + b' = 13$$

$$\begin{cases} a' + b' = 13 \\ (a', b') = 1 \end{cases} \Rightarrow a' = 6, b' = 7 \Rightarrow m = a'b'd = 6 \times 7 \times 8 = 336$$

-۵

$$(7, 19) = 1 \xrightarrow{\text{فرما}} 7^{18} \equiv 1 \Rightarrow 7^{198} \equiv 1 \xrightarrow{\times 7^2} 7^{200} \equiv 49 \equiv 11 \Rightarrow 7^{200} + a^{19} \equiv 11 + a \xrightarrow{\text{مضرب } 19} a = 8$$

-۶

$$x_1 > 4 \rightarrow x_1 = x'_1 + 5, x'_1 > 0 \rightarrow x'_1 + x_2 + x_3 = 6 \rightarrow \binom{6+3-1}{3-1} = 28$$

برای $x_3 \leq 3$ کافی است.

$$\begin{cases} x'_1 + x'_2 + x'_3 = 1 \\ x'_1 > 0, x'_2 > 0, x'_3 > 0 \end{cases} \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \Rightarrow 28 - 3 = 25$$

۷- شامل ۱۲ درایه یک است.

$$M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow M(ROR) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۱۲ - ۳۶

(الف) -۸

(ب)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ & & 1 & 2 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \rightarrow 2^{12}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{90}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{94}{100} = 92\%$$

۱۰- احتمال این که کیسه دوم باشد، $P(B)$ - احتمال این که مهره $P(A)$ سفید باشد.

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7}\right)} = \frac{\frac{3}{14}}{\frac{1}{2} \times \frac{71}{12 \times 7}} = \frac{36}{71}$$

$$\text{کل سفید: } P(A) = \text{سفید} \times \text{کیسه دوم} + \text{سفید} \times \text{کیسه اول} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{7}$$

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (.5/2 + .5/22 - .5/14)}{.5/8} = .5/9$$

$$P(x = i) = 1 \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{2}{7} + \frac{1}{4} + a + 2a + 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{28}$$

$$P(3 \leq x \leq 5) = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{2}{28} = \frac{10}{28}$$

نام درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۲۰
ساعت امتحان: ۸ صبح
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
مدیریت منطقه ۳
دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه
امتحانات پایان ترم دوم سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی:
پایه و رشته: چهارم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:

رغبت و تمایل به دنیا مایه غم و اندوه و زهد و بسی میلی به دنیا سبب راحتی قلب و بدن است.

امام صادق(ع)

ردیف	سوالات	محل مهر و امضاء مدیر	بارم
۱	گراف G سه منظم است و با افزودن ۶ یال به یال های آن گراف، گراف کامل به دست می آید. مرتبه و اندازه این گراف را به دست آورید.		۲
۲	ماتریس مجاورت یک گراف ستده مرتبه ۸ دارای ۱۴ درایه صفر است. اندازه این گراف را حساب کنید.		۲
۳	اگر $d = (2n+3, 2n^2+11n+14)$ ، مقدار d را به دست آورید.		۲
۴	باقیمانده تقسیم $7 + 2^{140}$ را بر ۲۱ پیدا کنید.		۱
۵	معادله سیاله $147 = 21x + 14y$ را در \mathbb{Z} حل کنید.		۱
۶	اگر $A = \{a, b, c, d\}$ تعداد رابطه های بازتابی و متقارن و شامل زوج (a, c) را به دست آورید.		۲
۷	رابطه R روی مجموعه $A = \{2, 3, 4\}$ به صورت $R = \{(2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$ تعریف شده است. رابطه ROR را بنویسید.		۲
۸	اگر در پرتاب یک تاس، A پیشامد روشن شدن عدد کمتر از ۳ و B پیشامد روشن شدن عدد اول باشد، آیا این دو پیشامد مستق اند؟ چرا؟		۲
۹	دو ظرف همانند داریم. در ظرف اول ۱۰ مهره و ۶ مهره سیاه و در ظرف دوم ۸ مهره سفید و ۹ مهره سیاه قرار دارد. از ظرف اول ۷ مهره و از ظرف دوم ۵ مهره به تصادف خارج می کنیم و در ظرف جدیدی قرار می دهیم. اگر از ظرف جدید مهره ای به تصادف خارج کنیم، احتمال این که مهره خارج شده سفید باشد، چقدر است؟		۲
۱۰	تابع احتمال متغیر تصادفی X با حوزه مقادیر اعداد طبیعی به صورت $P(X=i) = \frac{1}{i^2+i}$ می باشد و مقدار $P(10 \leq X < 100)$ را به دست آورید.		۲
۱۱	سکه ای را آن قدر پرتاب می کنیم تا برای سومین بار رو بیاید. احتمال این که در هشتمین پرتاب به این منظور برسیم را به دست آورید.		۲
۲۰نمره	موفق و مؤید باشید-داورزنی		

بارم	محل مهر و امضاء مدیر	کلید سوالات	ردیف
۲		$\begin{cases} 3p = 2q \\ q + 6 = \frac{p(p-1)}{2} \end{cases} \Rightarrow p = 6, q = 9$	۱
۲		$p^2 - 2q = 14 \Rightarrow 2q = 64 - 14 = 50 \Rightarrow q = 25$	۲
۲		$2n + 3 = 0 \Rightarrow (2n + 3, 2 \times \frac{9}{2} - 11 \times \frac{3}{2} + 14) = (2n + 3, 2) = 1$	۳
۱		$\begin{cases} 2 \equiv -1 \Rightarrow 2^{140} + 7 \equiv 1 + 7 = 8 \equiv 2 \\ 2^3 \equiv 1 \Rightarrow (2^3)^{467} \equiv 1 \Rightarrow 2^{138} \equiv 1 \Rightarrow 2^{140} + 7 \equiv 2 + 7 = 9 \equiv 2 \end{cases}$ داریم $(3, 7) = 1$ بنابراین با توجه به این که $2^{140} + 7 \equiv 2$	۴
۱		$21x + 14y = 147 \Rightarrow 3x + 2y = 21 \Rightarrow$ $x = 7, y = 0 \Rightarrow x = 7 + 2k, y = 0 - 3k$	۵
۲		با شمارش انتخاب های ماتریس متناظر این رابطه و در بالای قطر اصلی داریم $2^0 = 32$	۶
۲		$M(ROr) = M^{(2)}(R) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $RoR = \{(2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$ بنابراین داریم:	۷
۲		$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 5\} \Rightarrow A \cap B = \{2\}$ $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	۸
۲		$P(White) = \frac{7}{12} \times \frac{10}{16} + \frac{5}{12} \times \frac{8}{17}$	۹
۲		بنابراین: $P(X = i) = \frac{1}{i^2 + i} = \frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}$ در این تابع داریم $P(10 \leq X < 100) = P(X = 10) + P(X = 11) + \dots + P(X = 99)$ $= (\frac{1}{10} - \frac{1}{11}) + (\frac{1}{11} - \frac{1}{12}) + \dots + (\frac{1}{99} - \frac{1}{100}) = \frac{1}{10} - \frac{1}{100} = \frac{9}{100}$	۱۰
۲		تا هفتمین پرتاب باید دو پرتاب دیده باشیم، بنابراین $\binom{7}{2} = \frac{21}{128}$	۱۱